

Chap. 3 : Fréquences marginales & conditionnelles

Objectifs

- Fréquences marginales et conditionnelles.
- Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.
- Calculer des fréquences conditionnelles et des fréquences marginales
- Compléter un tableau croisé par des raisonnements sur les effectifs ou en utilisant des fréquences conditionnelles.

1/ Fréquences marginales

1/.1 Rappels

Définition

La **fréquence** d'une variable (ou d'une valeur) est égale à l'effectif de cette valeur divisé par l'effectif total.

Exemple : On considère 250 familles d'une cité. Le nombre d'engins motorisés par famille est donné dans ce tableau :

	0	1	2	3
Effectif	25	150	65	10

On observe qu'il y a $25 + 150 + 65 + 10 = 250$ familles. Donc l'effectif total est de 250.

- 25 familles ont 0 engin motorisé ainsi la fréquence correspondante est : $\frac{25}{250} = 0,10$.
- 150 familles ont 1 engin motorisé ainsi la fréquence correspondante est : $\frac{150}{250} = 0,60$.

1/.2 Fréquences marginales

Définition

Dans une série de données, on étudie un tableau croisé de plusieurs variables.

Les **fréquences marginales** correspondent aux fréquences de chaque variable (valeur ou caractère). Dans un tableau croisé, les fréquences marginales se calculent à partir des cases « total ».

Exemple : Le tableau ci-dessous synthétise la provenance de différents types de déchets selon le secteur d'activité en 2016.

On étudie alors 3 variables A , B et C données par

- A = "déchets minéraux non dangereux"
- B = "déchets non minéraux non dangereux"
- C = "déchets dangereux"

	Déchets minéraux non dangereux	Déchets non minéraux non dangereux	Déchets dangereux	Total
Agriculture et pêche	///	1,0	0,3	1,3
Industrie	4,2	17,6	2,8	24,6
Construction	209,2	12,4	2,8	224,4
Tertiaire	0,8	17,9	1,0	19,6
Traitement des déchets, assainissement, dépollution	3,2	17,2	3,4	23,7
Ménages	2,8	25,5	0,7	29,1
Total	220,2	91,4	11,0	322,7

- Les fréquences **marginales** de chaque type de déchet s'obtiennent grâce aux valeurs de la ligne « Total » divisées par le total général. Autrement dit en utilisant les valeurs des **marges** du tableau.

— La fréquence marginale des déchets minéraux non dangereux produits en 2016 est $\frac{220,2}{322,7} \approx 0,68$ soit environ 68%.

— La fréquence marginale des déchets non minéraux non dangereux produits en 2016 est

— La fréquence marginale des déchets minéraux non dangereux produits en 2016 est

Remarque : Pour calculer la fréquence marginale des déchets minéraux non dangereux, on ne porte aucune importance à leur provenance (agriculture, industrie, etc.). Idem pour le calcul des fréquences marginales des autres variables.

1/3 Application et méthode (1)

On a relevé les températures quotidiennes moyennes dans un même lieu pendant deux mois. Les résultats, en nombre de jours, sont donnés dans le tableau ci-dessous.

	$[-20 ; -10[$	$[-10 ; 0[$	$[0 ; 5[$	$[5 ; 20[$	$[20 ; 40]$
Février	2	9	13	4	0
Mars	1	7	11	9	3

Question : Déterminer les fréquences marginales associées à chaque intervalle de température.

Méthode :

- Calculer le nombre total de jours sur ces deux mois
- Recopier le tableau précédent en ajoutant les lignes et colonnes des totaux.
- En déduire les fréquences marginales en calculant le rapport $\frac{\text{Effectif de la variable}}{\text{Effectif total}}$ pour chacune des variables

Solution :

1. et 2.

	[-20;-10[	[-10;0[	[0;-5[	[5;20[	[20;40[	Total
Février	2	9	13	4	0	28
Mars	1	7	11	9	3	31
Total	3	16	24	13	3	59

3. — Il y a 3 jours sur 59 jours où la température était comprise entre $[-20;10[$, cela représente une fréquence marginale de $\frac{3}{59} \approx 5,1\%$
- Il y a 16 jours sur 59 jours où la température était comprise entre $[-10;0[$, cela représente une fréquence marginale de $\frac{16}{59} \approx 27,1\%$
- En procédant de même, on obtient les fréquences $\frac{24}{59} \approx 40,7\%$, $\frac{13}{59} \approx 22,0\%$ et $\frac{3}{59} \approx 5,1\%$ correspondant aux températures comprise entre $[0;5[$, $[5;20[$ et $[20;40[$ respectivement.

Exercice n° 1. : Dans un hôpital, une étude a été réalisée sur le lien entre une certaine maladie et le tabagisme. Les résultats sont réunis dans le tableau suivant :

	Fumeur	Non fumeur
Malade	2	9
Non malade	1	7

1. Recopier et compléter les marges totales du tableau précédent.
2. Quelle est la fréquence des fumeurs malades ? Interpréter le résultat.
3. Quelle est la fréquence marginale des personnes non malades ? Interpréter le résultat.

Exercice n° 2. 65 élèves d'un lycée ont cité leur langue vivante préférée. Le tableau suivant donne la répartition des réponses selon les classes auxquelles les élèves appartiennent.

	Seconde	Première	Terminale
Anglais	25	12	8
Espagnol	4	5	11

1. Recopier et compléter les marges totales du tableau précédent.
2. Quelle est la fréquence marginale des élèves de Seconde ? de Première ? de Terminale ?
3. Quelle est la fréquence des élèves ayant choisit l'Anglais ? l'Espagnol ?
4. Compléter le tableau suivant.

	Seconde	Première	Terminale	Total	Fréquences marginales
Anglais	25	12	8		
Espagnol	4	5	11		
Total					
Fréquences marginales					×

2/ Fréquences conditionnelles

Définition

Dans une série de données, on étudie deux variables A et B.

On commence par séparer des autres éléments les éléments qui ont une valeur de B choisie.

Les **fréquences conditionnelles** de la variable A relativement à cette valeur de B sont les fréquences, parmi les éléments sélectionnés, de chaque valeur prise par A.

Remarque : La fréquence conditionnelle de A relativement à B se calcule en divisant par l'effectif total de B, tandis que la fréquence conditionnelle de B relativement à A se calcule en divisant par l'effectif total de A.

ATTENTION ! Ces deux valeurs sont différentes en général.

2/.1 Application et méthode (2)

Exercice n° 3. : 65 élèves d'un lycée ont cité leur langue vivante préférée. Le tableau suivant donne la répartition des réponses selon les classes auxquelles les élèves appartiennent.

	Seconde	Première	Terminale
Anglais	25	12	8
Espagnol	4	5	11

1. Recopier et compléter les marges totales du tableau précédent.
2. Quelle est la fréquence d'élèves de première préférant l'anglais ?
3. Quelle est la fréquence d'élèves de Seconde préférant l'espagnol ?

Exercice n° 4. Voici la répartition des étudiants selon le secteur et la formation au cours de l'année 2016-2017.

Effectifs (en millier)	Public	Privé
Universités	1 624	-
STS et assimilés	173	84
CPGE	74	12
Autres	264	379

1. Recopier et compléter les marges totales du tableau précédent.
2. Quelle est la fréquence conditionnelle des étudiants en CPGE parmi les étudiants inscrits dans l'enseignement privé ?
3. Quelle est la fréquence conditionnelle des étudiants en STS et assimilés parmi les étudiants inscrits dans l'enseignement privé ? dans le public ?

Exercice n° 5. On a demandé à 200 personnes de citer leur activité la plus prenante (hors travail).

	Moins de 30 ans	Entre 30 et 50 ans	Plus de 50 ans
Sport	32	28	10
Bricolage	22	39	19
Jardinage	18	17	15

1. Recopier et compléter les marges totales du tableau précédent.

2. Dire si chacune des phrases suivantes est vraie ou fausse . Justifier.
- (a) 28% des personnes entre 30 et 50 ans ont choisi le sport.
 - (b) 40% des personnes ayant choisi le sport ont entre 30 et 50 ans.
 - (c) 6% des personnes de plus de 50 ans ont choisi le bricolage.
 - (d) 9% des personnes ont moins de 30 ans et ont choisi le jardinage.
3. Quelle est la fréquence conditionnelle des personnes n'ayant pas choisi le bricolage parmi ceux qui ont plus de 50 ans ? L'exprimer en pourcentage.

Exercice n° 6. Compléter le tableau ci-dessous synthétisant les effectifs des étudiants, en millier, à la rentrée 2016 en fonction de leur sexe et de la discipline étudiée.

	Femmes	Hommes	Total	dont femmes
Droit, sciences politiques			205,4	65,3 %
Arts, lettres			93,9	69,6 %
Langues			111,8	73,7 %
Sciences fondamentales			244,1	25,6 %
STAPS			55,1	29 %
Médecine			144,4	62,4 %