# Automatismes

Se préparer au Bac

## A) Proportions et pourcentages


1. Calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes ..... 9
2. Calculer la proportion d'une proportion ..... 9


## B) Évolutions et variations


3. Passer d'une formulation additive à une formulation multiplicative ..... 10
4. Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale ..... 10
5. Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage ..... 11
6. Interpréter un indice de base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs ..... 11
7. Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives ..... 12
8. Calculer un taux d'évolution réciproque ..... 12


## C) Calcul numérique et algébrique


9. Effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples ..... 13
10. Effectuer des opérations sur les puissances ..... 14
11. Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique) ..... 14
12. Estimer un ordre de grandeur ..... 15
13. Effectuer des conversions d'unités ..... 15
14. Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$ ..... 16
15. Déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré ..... 17
16. Isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs ..... 17
17. Effectuer une application numérique d'une formule (notamment celles utilisées dans d'autres disciplines) ..... 18
18. Développer, factoriser, réduire une expression algébrique simple ..... 18


## D) Fonctions et représentations


19. Déterminer graphiquement des images et des antécédents ..... 19
20. Résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x) = k$, $f(x) < k$... ..... 19
21. Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations ..... 20
22. Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées) ..... 21
23. Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur ..... 21
24. Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite ..... 21
25. Déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points ..... 22


## E) Représentations graphiques de données chiffrées


26. Lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barres ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation (repérer l'origine du repère, les unités de graduations ou les échelles...) ..... 22
27. Passer du graphique aux données et *vice versa* ..... 23

# A) Proportions et pourcentages

## A1. Calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes

**On note A une partie d'un ensemble E.** Card(E) (respectivement Card(A)) représente le nombre d'éléments de E (respectivement le nombre d'éléments de A).

$p = \dfrac{\text{Card(A)}}{\text{Card(E)}}$ est la **proportion** de A dans E.

***Remarque*** : Une proportion est un nombre compris entre 0 et 1.

Exemple : Dans une classe de 35 élèves, il y a 14 germanistes.

La proportion de germanistes est $p = \dfrac{14}{35}$.

Cette proportion peut s'écrire :

- sous **forme fractionnaire** : $\dfrac{2}{5}$ ;
- sous **forme décimale** : 0,4 ;
- à l'aide d'un **pourcentage** : 40 %.

**Pour calculer une proportion $p$ d'une quantité N, on calcule $p \times N$.**

**Exemple :** Dans un lycée de 1 700 élèves, les trois quarts des élèves mangent à la cantine.

Le nombre de lycéens mangeant à la cantine est :

$\dfrac{3}{4} \times 1\,700 = 1\,275$.

**Pour 1 et 2, déterminer la proportion de A dans E sous les trois formes : *fraction irréductible, décimale, pourcentage.***

**1** Card(A) = 70 et Card(E) = 280

**2** Card(A) = 40 et Card(E) = 500

**Pour 3 à 5, recopier et compléter les deux formes manquantes.**

**3** $\dfrac{26}{50} = \ldots = \ldots\%$

**4** $0{,}48 = \ldots\ \% = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

**5** $38\% = \dfrac{\ldots}{\ldots} = \ldots$

**6** Dans un lycée il y a 1 500 élèves dont 300 sont en série STMG. Déterminer la proportion, en pourcentages, d'élèves en STMG.

**7** 150 personnes ont répondu à une demande d'emploi. 120 ont été retenues pour passer un entretien. Quelle est la proportion des personnes autorisées à passer un entretien ? La réponse sera donnée sous forme décimale.

**Pour 8 à 10, calculer et donner la réponse sous forme décimale.**

**8** 20 % de 230

**9** $\dfrac{3}{4}$ de 280

**10** 0,2 % de 1 250

**11** Sur l'emballage d'une plaque de chocolat il est noté 70 % de cacao ». Quelle est la masse de cacao dans une plaque de 250 g ?

**12** Pour son anniversaire, Nora voudrait un ordinateur. Cet ordinateur coûte 760 €. Sa famille lui donnera 25 % du prix. À quelle somme correspond la participation de sa famille ?

## A2. Calculer, la proportion d'une proportion

On considère une population F. E est une sous-population de F et A une sous-population de E. On note $p_{A,E}$ la proportion de A dans E et $p_{E,F}$ la proportion de E dans F.

La proportion de A dans F se note $p_{A,F}$ et on a :

$$p_{A,F} = p_{A,E} \times p_{E,F}$$

**Exemple :**

Dans un lycée, $\dfrac{1}{3}$ des élèves sont en 1re et parmi eux, $\dfrac{3}{4}$ sont en 1re STMG.

La proportion des élèves de 1re STMG dans l'ensemble du lycée est égale à : $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$

**13** Calculer $\dfrac{2}{5}$ de $\dfrac{3}{10}$.

**14** Calculer $\dfrac{3}{4}$ de 30 %.

**15** Calculer 20 % de 60 %.

**16** Calculer 40 % de $\dfrac{3}{5}$.

**17** Dans un lycée, 20 % des bacheliers sont des bacheliers technologiques, parmi lesquels 60 % ont eu un bac STMG. Déterminer la proportion d'étudiants ayant un bac STMG dans ce lycée.

**18** Dans une entreprise, le quart des employés sont des cadres parmi lesquels 20 % sont des femmes. Quelle est la proportion de femmes cadres dans cette entreprise ?

**19** Dans une entreprise, la moitié des pièces sont produites par une machine A. Le centième des pièces produites par la machine A sont défectueuses. Déterminer la proportion de pièces défectueuses et produites par la machine A dans cette entreprise.

**20** En France, 60 % des voitures sont de marque française, parmi lesquelles le tiers sont de la marque Renuit. Quelle est la proportion de voitures de la marque Renuit en France ?

## B) Évolutions et variations

### B3. Passer d'une formulation additive à une formulation multiplicative

**Pour une évolution le taux $t$ est souvent donné en pourcentage.**

- Lorsque l'évolution est une **augmentation,** le **coefficient multiplicateur** est $1+t$.
- Lorsque l'évolution est une **diminution,** le **coefficient multiplicateur** est $1-t$.

Exemples :

Augmenter de 5 % revient à multiplier par :

$$\left(1+\frac{5}{100}\right)=1{,}05\,.$$

Diminuer de 5 % revient à multiplier par :

$$\left(1-\frac{5}{100}\right)=0{,}95\,.$$

**21** Recopier et compléter les phases ci-dessous :

a. Augmenter de 5 % c'est multiplier par...

b. Diminuer de 10 % c'est multiplier par...

c. Diminuer de 25 % c'est multiplier par...

**22** Recopier et compléter les phases ci-dessous :

a. Diminuer de 15 % c'est multiplier par...

b. Augmenter de 15 % c'est multiplier par...

c. Augmenter de 20 % c'est multiplier par...

**23** Recopier et compléter les phases ci-dessous :

a. Multiplier par 1,35 c'est augmenter de... %

b. Multiplier par 0,85 c'est diminuer de... %

c. Multiplier par 1,23 c'est augmenter de... %

**24** a. Multiplier par 1,05 c'est une augmentation ou une diminution ? De combien ?

b. Multiplier par 0,75 c'est une augmentation ou une diminution ? De combien ?

**Pour 25 à 27, donner le coefficient multiplicateur correspondant.**

**25** a. Dans un jardin, le nombre de fleurs a diminué de 10 %.

b. Lorsqu'une machine s'use, le nombre de pièces défectueuses fabriquées augmente de 5 %.

**26** a. Les résultats au baccalauréat ont diminué de 2 % en 2024.

b. Les taux d'intérêt ont été relevés de 1 %.

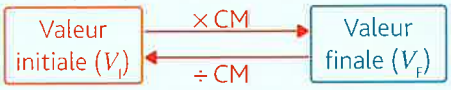
**27** a. La consommation du papier et du carton dans le monde a augmenté de 20 %.

b. Chaque année un journal perd 8 % de ses lecteurs.

### B4. Appliquer un taux d'évolution pour calculer une valeur finale ou initiale

**Pour calculer une valeur finale ou initiale :**

- On calcule le **coefficient multiplicateur** CM associé au taux d'évolution $t$ : $\text{CM}=1+t$.
- On multiplie ou on divise par CM selon la valeur recherchée. $V_F = V_I \times \text{CM}$ et $V_I = V_F \div \text{CM}$.




**Exemple :** Une carte de réduction permet d'obtenir une remise de 10 %.

- $\text{CM}=1-\frac{10}{100}=0{,}9$.
- Si un article est affiché à 25 €, alors le prix payé sera de $25\times 0{,}9=22{,}50$ €.
- Si un article a coûté 27 € après la remise, alors le prix affiché était de $27\div 0{,}9=30$ €.

**28** Le prix d'un billet de train est de 76 €. Calculer le prix de ce billet si on applique une remise de 30 %.

**29** Le prix d'un billet de train est de 42 € après une remise de 50 %. Calculer le prix initial avant la remise.

**30** Après une baisse de 25 %, un article coûte 60 €. Quel était son prix initial ?

**31** Sur une facture, on peut lire : « Montant hors taxes (HT) 510 € ». Calculer le montant toutes taxes comprises (TTC) sachant que le taux de TVA est de 20 % du montant HT.

**32** Sur une facture, on peut lire : « Montant toutes taxes comprises (TTC) 240 € ». Calculer le montant hors taxes (HT) sachant que le taux de TVA est de 20 % du montant HT.

**33** En France, l'inflation a été de 200 % environ entre janvier 1975 et décembre 1985. On suppose que tous les articles suivants ont suivi cette inflation.

a. Un article coûtait 250 F en janvier 1975. Quel était son prix en décembre 1985 ?

b. Un article coûtait 210 F en décembre 1985. Quel était son prix en janvier 1975 ?

**34** Entre 2010 et 2025, le niveau moyen de pollution aux particules fines dans une ville a diminué de 20 % grâce à des mesures écologiques. En 2025, ce niveau est de 20 µg / m³.

Quel était le niveau moyen de pollution en 2010 ?

**35** Un collectionneur a vendu un objet 1 250 € en réalisant un profit de 150 %. Quel était le prix d'achat initial de cet objet ?

## B5. Calculer un taux d'évolution, l'exprimer en pourcentage

où CM est le coefficient multiplicateur, $CM = \frac{V_F}{V_I}$.

Le taux d'évolution est : $t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = CM - 1$.

**Exemples :**

- Le prix d'un article passe de 20 € à 23 €.

$$t = \frac{23-20}{20} = 0{,}15 = 15\ \%$$

Cela représente une hausse de 15 %.

- Le prix d'un article passe de 30 € à 24 €.

$$t = \frac{24-30}{30} = -0{,}2 = -20\ \%$$

Cela représente une baisse de 20 %.

**Pour 36 à 43, donner le taux d'évolution.**

**36** $V_I = 50$ et $V_F = 75$.

**37** $V_I = 80$ et $V_F = 88$.

**38** $V_I = 12$ et $V_F = 9$.

**39** $V_I = 36$ et $V_F = 45$.

**40** $V_I = 85$ et $V_F = 51$.

**41** $V_I = 10$ et $V_F = 0{,}01$.

**42** $V_I = 12$ et $V_F = 48$.

**43** $V_I = 1$ et $V_F = 0{,}999$.

**44** Entre 1960 et 2020, la population mondiale est passée de 3 milliards à 7,8 milliards d'individus.
Calculer le taux d'évolution en pourcentage, durant cette période.

**45** Un pain a pour masse 550 g avant cuisson. Après cuisson, sa masse est réduite à 400 g.
Quel est le pourcentage de diminution de masse (arrondir à 1 %) ?

**46** Le prix d'une action boursière était de 120 € il y a un an. Aujourd'hui, elle se vend à 210 €.
Calculer le pourcentage d'évolution du prix de vente de cette action.

**47** Un groupe automobile est passé de 32 000 véhicules vendus en 2018 à 24 000 véhicules vendus en 2019.
Calculer le taux d'évolution en pourcentage durant cette période.

**48** Un randonneur commence sa randonnée avec une réserve d'eau de 2 litres. À l'arrivée, il lui reste 0,4 litre.
Quel est le pourcentage de diminution de sa réserve d'eau au cours de la randonnée ?

**49** Lors d'une promotion, le prix de vente d'une voiture est passé de 30 000 € à 25 000 €.
Quel est le pourcentage de baisse appliquée sur le prix de la voiture ?

## B6. Interpréter un indice base 100 ; calculer un indice ; calculer le taux d'évolution entre deux valeurs

**Interpréter un indice de base 100**

On choisit une date de référence à laquelle on associe la valeur 100.

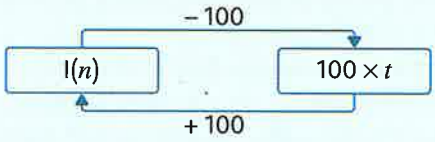
L'indice à la date $n$ est donné par la formule :

$$I(n) = \frac{\text{valeur à la date } n}{\text{valeur à la date de référence}} \times 100$$

En pratique, on calcule souvent les indices par proportionnalité.

**Calculer un indice et le taux d'évolution entre deux valeurs**

Il y a un lien direct entre l'indice à la date $n$ et le taux d'évolution en % par rapport à l'année de référence.




**Exemple :**

On propose un indice pour suivre l'évolution du SMIC horaire brut en France en prenant pour base 100 l'année 2020 (source INSEE).

| Année | 2020 | 2021 | 2022 |
|---|---|---|---|
| Montant SMIC brut en € | 10,15 | 10,48 | 10,85 |
| Indice | 100 | | |

Les indices du SMIC correspondant aux années 2021 et 2022 sont :

$$I(2021) = \frac{10{,}48}{10{,}15} \times 100 \approx 103{,}25$$

$$I(2022) = \frac{10{,}85}{10{,}15} \times 100 \approx 106{,}90$$

Le SMIC a donc augmenté de 3,25 % environ entre 2020 et 2021 et de 6,9 % environ entre 2020 à 2022.

**Attention !** On ne peut pas lire directement l'évolution entre 2021 et 2022 par simple soustraction.

**50** Recopier et compléter le tableau suivant avec les indices manquants.

| Valeurs | 65 | 78 | 104 |
|---|---|---|---|
| Indices | 100 | | |

**51** Recopier et compléter le tableau suivant avec les indices manquants.

| Valeurs | 209 | 220 | 275 |
|---|---|---|---|
| Indices | | 100 | |

**52** Le tableau suivant présente la population des USA en millions d'habitants. Déterminer les indices manquants dans ce tableau (arrondir au dixième).

| Année | 2000 | 2010 | 2020 |
|---|---|---|---|
| Population | 282,2 | 309,4 | 329,5 |
| Indice | 100 | | |

**53** En reprenant les données de l'exercice précédent, calculer le taux d'évolution :

a. entre 2000 et 2010.

b. entre 2010 et 2020.

**54** En reprenant les données de l'exercice précédent, calculer le taux d'évolution :

a. entre 2018 et 2021.

b. entre 2016 et 2021.

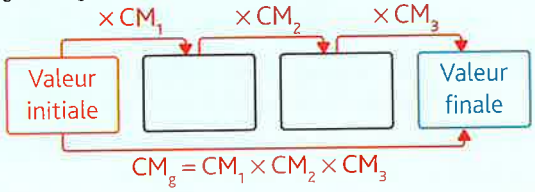
**55** On suit le cours mensuel d'une action à l'aide d'un indice qui a été fixé à 100 en janvier 2022. Cette même année, en juin, l'indice était de 80 et il s'élevait à 128 en septembre.

Recopier et compléter la phrase suivante : Le cours de cette action a ... de ... % entre janvier et juin mais elle a ensuite ... de ... % entre juin et septembre.

## B7 Calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives

**Pour calculer le taux d'évolution équivalent à plusieurs évolutions successives :**

- on calcule le coefficient multiplicateur de chaque évolution : $CM_i = 1 + t_i$ ;
- on en déduit le coefficient multiplicateur global $CM_g$ en multipliant tous les coefficients précédents ;
- on détermine le taux d'évolution global $t_g$ : $t_g = CM_g - 1$.




**Exemple :**

Un magasin prévoit d'augmenter ses prix de 10 % en janvier, puis de les diminuer de 5 % en février.

Quel aura été le taux d'augmentation global durant ces deux mois ?

- Hausse de 10 % : $CM_1 = 1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$.
- Hausse de 5 % : $CM_2 = 1 - \frac{5}{100} = 0{,}95$.
- $CM_g = CM_1 \times CM_2 = 1{,}1 \times 0{,}95 = 1{,}045$.
- $t_g = CM_g - 1 = 0{,}045 = \frac{4{,}5}{100}$.

Les prix auront globalement augmenté de 4,5 % durant ces deux mois.

*Attention !* Les taux d'évolution ne s'ajoutent pas.

**Pour 56 à 59, donner le taux d'évolution équivalent à la série d'évolution proposée.**

**56** Une baisse de 20 % suivie d'une baisse de 10 %.

**57** Deux hausses successives de 20 %.

**58** Une hausse de 40 % suivie d'une baisse de 50 %.

**59** Une baisse de 30 %, suivie d'une baisse de 20 % et d'une hausse 50 %.

**60** En deux ans, le prix d'un article a augmenté de 50 %. La première année, il a augmenté de 20 %. De quel taux a-t-il augmenté la deuxième année ?

**61** Un produit a augmenté de 5 % en 2024, puis de 10 % en 2025.

Quel est le taux d'évolution global du prix du produit sur ces deux années ?

**62** Une entreprise a réalisé une augmentation de 10 % de ses ventes au mois de janvier, puis une baisse de 10 % en février. Quel est le taux d'évolution global des ventes sur ces deux mois ?

**63** Le nombre de visiteurs d'un site Web a augmenté de 30 % en 2023, puis de 20 % en 2024. Quel est le taux d'évolution global du nombre de visiteurs pendant ces deux années ?

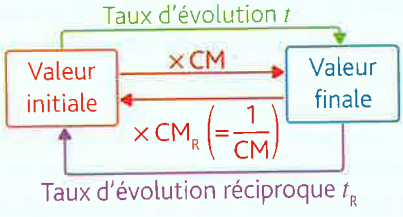
**64** Les revenus d'une start-up ont augmenté de 150 % au premier semestre de 2024, puis de 200 % au second semestre. Quel est le taux d'évolution global des revenus de la start-up sur l'ensemble de l'année 2024 ?

**65** Un investissement a rapporté 10 % d'intérêt chaque année pendant deux ans. Quel est le taux d'évolution global de l'investissement sur ces deux années ?

## B8 Calculer un taux d'évolution réciproque

Pour revenir à la valeur initiale après une évolution de taux $t$, on applique une nouvelle évolution, appelée évolution réciproque, de taux d'évolution associé $t_R$, appelé **taux d'évolution réciproque**.

- On calcule le coefficient multiplicateur CM de l'évolution initiale : $CM = 1 + t$.
- Puis on détermine le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque : $CM_R = \frac{1}{CM}$ ;
- Enfin, on détermine le taux d'évolution réciproque : $t_R = CM_R - 1$.



Exemple : Au premier semestre 2020, les prix de l'immobilier avaient baissé de 20 %. Quel taux d'évolution devrait s'appliquer pour revenir aux prix initiaux ?

- $CM = 1 + t = 1 + \left(-\frac{20}{100}\right) = 0{,}8$.
- $CM' = \frac{1}{CM} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$.
- $t' = CM' - 1 = 0{,}25 = 25\,\%$.

Pour revenir aux valeurs initiales, les prix devront augmenter de 25 %.

**Pour l'ensemble des exercices, on pourra utiliser le tableau ci-dessous :**

| $x$ | 0,2 | 0,25 | 0,5 | 0,7 | 0,75 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x}$* | 5 | 4 | 2 | 1,43 | 1,33 |

| $x$ | 1,2 | 1,25 | 1,5 | 2,5 | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x}$* | 0,83 | 0,8 | 0,67 | 0,4 | |

** Les valeurs ont été arrondies à 0,01.*

**Pour 66 à 68, donner le taux d'évolution réciproque et l'interpréter.**

**66** a. Hausse de 25 %
b. Baisse de 75 %

**67** a. Baisse de 50 %
b. Hausse de 150 %

**68** a. Hausse de 50 %
b. Baisse de 25 %

**69** Une paire de sneakers est soldée à 84 € après une remise de 30 %. Quel est le taux d'évolution réciproque, arrondi au %, pour calculer le prix initial ?

**70** Un produit soumis à une taxe de 20 % coûte 18 € toutes taxes comprises. Quel est le taux d'évolution réciproque, arrondi au %, à appliquer pour déterminer le prix hors taxes ?

## C) Calcul numérique et algébrique

### C9. Effectuer des opérations et des comparaisons entre des fractions simples

**Comparaison de fractions**

Deux fractions ayant le même dénominateur strictement positif sont rangées dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple : $\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$ car $2 < 4$.

Si les dénominateurs ne sont pas égaux, on réduit les fractions au même dénominateur puis on compare.

Exemple : $\frac{7}{3} > \frac{9}{4}$

car $\frac{7}{3} = \frac{7\times4}{3\times4} = \frac{28}{12}$ ; $\frac{9}{4} = \frac{9\times3}{4\times3} = \frac{27}{12}$ et $28 > 27$.

**Addition ou soustraction de fractions**

On ajoute ou on soustrait les numérateurs de deux fractions ayant le même dénominateur et on garde ce dénominateur commun.

$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ et $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$ où $b \neq 0$.

Lorsque les fractions n'ont pas le même dénominateur, on les réduit au même dénominateur, puis on applique la règle précédente.

Exemples : $\frac{1}{3} + \frac{7}{3} = \frac{8}{3}$

$\frac{2}{7} - \frac{3}{4} = \frac{2\times4}{7\times4} - \frac{3\times7}{4\times7} = \frac{8}{28} - \frac{21}{28} = -\frac{13}{28}$

**Produits de fractions**

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Il est inutile de les réduire au même dénominateur.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a\times c}{b\times c}$ où $b \neq 0$ et $d \neq 0$

Exemple : $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2\times3}{5\times7} = \frac{6}{35}$

**Quotient de fractions**

Pour diviser par un nombre non nul, on multiplie par son inverse.

Exemples : $\frac{5}{3} \div \frac{9}{2} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{9} = \frac{10}{27}$

$\frac{2}{9} \div 5 = \frac{2}{9} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{45}$

**71** Comparer les fractions suivantes :

a. $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{12}$ b. $\frac{7}{3}$ et $\frac{8}{3}$ c. $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{12}$

**Pour 72 à 74, recopier et comparer les fractions en utilisant les symboles $<$, $>$ ou $=$.**

**72** a. $\frac{1}{5} \dots \frac{3}{15}$ b. $\frac{3}{20} \dots \frac{13}{60}$ c. $\frac{12}{75} \dots \frac{6}{25}$

**73** a. $\frac{4}{5} \dots \frac{5}{6}$ b. $\frac{19}{40} \dots \frac{20}{50}$ c. $\frac{40}{41} \dots \frac{30}{31}$

**74** a. $\frac{1}{5} \dots \frac{-1}{4}$ b. $\frac{-80}{20} \dots -4$ c. $-1 \dots \frac{-5}{6}$

**Pour 75 à 77, calculer et écrire sous forme irréductible.**

**75** a. $\frac{1}{6} + \frac{5}{12}$ b. $\frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$ c. $\frac{4}{3} \div \frac{7}{5}$

**76** a. $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ b. $\frac{1}{3} - \frac{7}{12} + \frac{1}{4}$

**77** a. $2 - \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{7}\right)$ b. $4 \times \frac{5}{3} + \frac{4}{3}$ c. $\frac{1}{5} - \frac{2}{15} \div \frac{7}{3}$

# Automatismes

Se préparer au Bac

## C10 Effectuer des opérations sur les puissances

Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on a : $a^1 = a$

et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\overbrace{a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a}^{n \text{ facteurs}}$.

Pour tout $a \in \mathbb{R}^*$, on a $a^0 = 1$ et $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

Pour tout $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*$, $n$ et $m$ entiers relatifs non nuls :

$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ $\quad$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\quad$ $(a^n)^m = a^{n \times m}$

$(ab)^n = a^n \times b^n$ $\quad$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

**Exemples :** $\frac{3^4}{3^5} = 3^{4-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

$2^3 \times 4^2 = 2^3 \times (2^2)^2 = 2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$

**78** Simplifier les calculs ci-dessous afin de ne faire apparaître qu'une seule puissance de 5.

a. $5 \times 5 \times 5 \times 5$ $\quad$ b. $5^2 \times 5^3$

**79** Simplifier les calculs ci-dessous afin de ne faire apparaître qu'une seule puissance de 10.

a. $10^5 \times 10^4$ $\quad$ b. $10^{-5} \times 10^3$

c. $\frac{10^5}{10^4}$ $\quad$ d. $\frac{10^{-5}}{10^3}$

**80** Simplifier les calculs ci-dessous afin de ne faire apparaître qu'une seule puissance de 10.

a. $50^5 \times \frac{10^7}{5^5}$ $\quad$ b. $20^{-5} \times \frac{10^8}{2^{-5}}$

**81** Simplifier les calculs ci-dessous afin de ne faire apparaître qu'une seule puissance de 7.

a. $\frac{7^3}{7^2}$ $\quad$ b. $7^4 \times 7^{-5}$ $\quad$ c. $(7^3)^2$

**82** Écrire le nombre suivant sous la forme $a^n$ avec $a \in \mathbb{N}$ et $n \in \mathbb{N}$.

a. $5^6 \times (4^2)^3$ $\quad$ b. $4^3 \times 7^6$

**83** Simplifier les calculs ci-dessous afin de ne faire apparaître qu'une seule puissance de 3.

a. $\frac{3^5 \times 3^4 \times 3^{-2}}{3^2}$ $\quad$ b. $\frac{3^3 \times (3^3)^2}{3^5}$ $\quad$ c. $\frac{81}{27}$

**84** Écrire $\frac{25^3}{(2^3 \times 20)^2}$ sous la forme $2^a \times 5^b$.

**Pour 85 à 87, simplifier au maximum ($a$, $b$ et $x$ sont des réels non nuls).**

**85** a. $\frac{(2^2 \times 3^3)^2 \times 9}{12^2}$ $\quad$ b. $\frac{(x^2 \times x^3)^2 \times x}{x^2}$

**86** a. $\frac{3^2 \times 5^3 \times 25}{75^3}$ $\quad$ b. $a^2 \times \frac{b^3}{(ab)^2}$

**87** Le résultat ne devra pas comporter de quotient.

a. $\frac{(ab)^3 b^{-4}}{(a^3 b)^2}$ $\quad$ b. $\frac{a^3 b^5 c^{-3}}{(b^2 c)^3}$

## C11. Passer d'une écriture d'un nombre à une autre (décimale, fractionnaire, scientifique)

Un **nombre décimal** peut s'écrire sous une **forme fractionnaire** (la fraction sera irréductible) ou sous la **forme scientifique** : $a \times 10^n$ où $a$ est un nombre réel tel que $a \in [1 ; 10[$ et $n$ un entier relatif.

**Exemple :**

- Forme décimale : 12,14.
- Forme fractionnaire irréductible : $\frac{1214}{100} = \frac{607}{50}$.
- Écriture scientifique : $1{,}21 \times 10^3$.

**88** Donner une écriture fractionnaire des nombres suivants :

a. 0,5 $\quad$ b. 2,8 $\quad$ c. 2,56

**Pour 89 et 90, donner l'écriture fractionnaire irréductible des nombres proposés.**

**89** a. 3,9 $\quad$ b. 0,061 $\quad$ c. 1,09

**90** a. 45,5 $\quad$ b. 0,64 $\quad$ c. 4,6

**Pour 91 à 94, donner l'écriture décimale des nombres proposés.**

**91** a. $\frac{2311}{10}$ $\quad$ b. $\frac{211}{10000}$ $\quad$ c. $\frac{45}{100}$

**92** a. $\frac{1}{4}$ $\quad$ b. $\frac{3}{4}$ $\quad$ c. $\frac{19}{4}$

**93** a. $\frac{4}{5}$ $\quad$ b. $\frac{5}{8}$ $\quad$ c. $\frac{19}{20}$

**94** a. $\frac{16 \times 10^9}{8 \times 10^{11}}$ $\quad$ b. $\frac{3 \times 10^3}{5 \times 10^2}$

**Pour 95 et 96, donner l'écriture scientifique des nombres proposés.**

**95** a. 52,4 $\quad$ b. 0,48 $\quad$ c. 0,08

**96** a. 1235,4 $\quad$ b. 0,026 $\quad$ c. Un million

**Pour 97 et 98, faire le calcul et donner l'écriture scientifique du résultat.**

**97** a. $0{,}5 \times 10^2 \times 6 \times 10^3$ $\quad$ b. $3 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-3}$

**98** a. $\frac{4 \times 10^{-3}}{8 \times 10^2}$ $\quad$ b. $\frac{2 \times 10^2}{5 \times 10^4}$

**99** Reproduire et complétver le tableau suivant :

| Écriture décimale | Écriture fractionnaire irréductible | Écriture scientifique |
|---|---|---|
| 0,023 | | |
| | | $29 \times 10^{-2}$ |
| | $\frac{7}{4}$ | |

## C12. Estimer un ordre de grandeur

L'ordre de grandeur d'une valeur est la puissance de 10 qui s'en rapproche le plus. Il permet notamment de donner une valeur approchée d'une grandeur physique.

Si $x$ est un nombre dont l'écriture scientifique est $x = a \times 10^n$ où $a \in [1 ; 10[$ et $n$ entier relatif, l'ordre de grandeur de $x$ est :

- $10^n$ si $1 \leqslant a < 5$
- $10^{n+1}$ si $5 \leqslant a < 10$

**Exemple :**

La distance Terre-Lune est d'environ 384 400 km. Comme $384\,400 = 3{,}844 \times 10^5$ et 3,844 est entre 1 et 5, l'ordre de grandeur de cette distance est $10^5$ km.

Les ordres de grandeur sont utiles pour estimer rapidement le résultat d'un calcul.

**100** Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

a. $3 \times 10^9$ b. $6 \times 10^9$ c. $2{,}1 \times 10^4$

**101** Donner un ordre de grandeur des nombres suivants :

a. 1 352 400 b. 0,028 9 c. 839 526

**102** a. Quel est l'ordre de grandeur de la hauteur de la tour Eiffel ?

b. Quel est l'ordre de grandeur de la hauteur du mont Blanc ?

c. Quel est l'ordre de grandeur de la hauteur du mont Everest ?

**103** Donner un ordre de grandeur des résultats suivants :

a. $102 \times 99$ b. $\frac{1100}{9}$

c. $1{,}1 \times 10^{15} + 5{,}1 \times 10^{-9}$

**104** Donner un ordre de grandeur des résultats suivants sous la forme d'une puissance de dix :

a. $\frac{52{,}4 \times 10^3}{2 \times 10^5 \times 2{,}45 \times 10^{12}}$

b. $\frac{301 \times 10^5}{500 \times 10^{-3} \times 5{,}9 \times 10^{-1}}$

**105** Donner la bonne réponse en utilisant un ordre de grandeur des nombres mis en jeu.

1. 86 251 + 15 284 = ...

a. 91 805 b. 1 110 805 c. 101 535

1. $237{,}1 \times 0{,}96$ = ...

a. 137,96 b. 227,616 c. 2 207,616

## C13. Conversions d'unités

Pour effectuer des conversions d'unités, on utilise généralement des tableaux.

**Unités de longueur :** unité légale de mesure : le mètre **(m)**

Le tableau de conversion comporte une colonne par unité.

| km | hm | dam | m | dm | cm | mm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 4 | 0 | | | |
| | | 0, | 0 | 0 | 1 | 2 |

**Exemples :**

34 dm = 340 m ; 12 mm = 0,0012 dam

**Unités d'aire :** unité légale de mesure : le mètre carré **($m^2$)**

Le tableau de conversion comporte deux colonnes par unité.

| $km^2$ | | $hm^2$ | | $dam^2$ | | $m^2$ | | $dm^2$ | | $cm^2$ | | $mm^2$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |

**Exemple :**

12 $m^2$ = 120 000 $cm^2$

**Unités de capacité :** unité légale de mesure : le litre **(L)**

Le tableau de conversion comporte une colonne par unité.

**Unités de volume :** unité légale de mesure : le mètre cube **($m^3$)**

Le tableau de conversion comporte trois colonnes par unité.

**Conversions unités de volume/unités de capacité :**

1 $dm^3$ = 1 L ; 1 $cm^3$ = 1 mL

| $km^3$ | | | $hm^3$ | | | $dam^3$ | | | $m^3$ | | | $dm^3$ | | | $cm^3$ | | | $mm^3$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | kL | hL | daL | L | dL | cL | mL | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 1, | 5 | 4 | 8 | | | |

**Exemple :**

1 548 $cm^3$ = 1,548 $dm^3$ = 1,548 L

**Unités de masse :** unité légale de mesure : le gramme **(g)**

Le tableau de conversion comporte une colonne par unité.

| t | q | | kg | hg | dag | g | dg | cg | mg |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 0, | 0 | 0 | 1 | 5 | 3 | |

**Exemple :**

153 cg = 0,00153 kg

**Unités de temps**

1 h = 60 min ; 1 min = 60 s ; 1 jour = 24 h

**Exemples :**

- 32 h = 32 × 60 = 1 920 min
- 4,5 h = 4 h + 0,5 h = 4h + 0,5 × 60 min = 4 h 30 min

**106** a. Convertir 3 km en mètres.

b. Convertir 1 $m^2$ en $cm^2$.

c. Convertir 100 $hm^3$ en $km^3$.

**Pour 107 à 113, effectuer les conversions suivantes.**

**107** a. 12 m = ... cm b. 22 hm = ... km

**108** a. 2 000 $cm^2$ =... $m^2$ b. 500 $hm^2$ =... $km^2$

**109** a. 50 000 $cm^3$ =... $m^3$ b. 10 $dm^3$ =... $cm^3$

# Automatismes

Se préparer au Bac

**110** a. 4 kg = ... hg  b. 15 g = ... dg

**111** a. 1 547 mg = ... kg  b. 125 dg = ... mg

**112** a. 4 h = ... min  b. 360 min = ... h

**113** a. 140 min = ... h ... min
b. 14 h 15 min = ... min

**114** Convertir les longueurs suivantes :
a. la hauteur de la tour Eiffel, 300 m, en cm.
b. La taille d'un moustique de 0,5 cm en m.
c. La distance Bordeaux-Paris, 587 km en dm.

**115** Convertir les aires suivantes :
a. La superficie d'un terrain de football de 7 000 $m^2$ en $hm^2$.
b. La surface d'une pièce de 2 euros, 2 083 $mm^2$ en $m^2$.

**116** a. Un chat vit en moyenne 15 ans. Convertir en jours.
b. Le record du monde pour un marathon est de 7 796 s. Convertir en heure, minute et seconde.

**Pour 117 à 119, effectuer les conversions suivantes.**

**117** a. 12 $cm^3$ =... mL  b. 2L =... $cm^3$

**118** a. 2000 $cm^3$ =... L  b. 500 mL =...$dm^3$

**119** a. 3,2 t =... kg  b. 250 kg =... t

## C14. Résoudre une équation ou une inéquation du premier degré, une équation du type : $x^2 = a$

### Résoudre une équation du premier degré

Pour isoler l'inconnue d'un côté du symbole « = », on peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres de l'équation. On peut également multiplier ou diviser les deux membres de l'équation par un même nombre non nul.
L'équation obtenue ainsi a alors les mêmes solutions que la précédente. On dit qu'elles sont équivalentes.

**120** Associer chacune des équations suivantes à sa solution :

| | |
|---|---|
| a. $2x - 12 = 8$ | 1. $-10$ |
| b. $2x - 12 = 8x$ | 2. 10 |
| c. $-2x - 12 = 8$ | 3. $-2$ |
| d. $2x + 12 = 8x$ | 4. 2 |

**Pour 121 à 126, donner la solution de chacune des équations.**

**121** $x - 3 = 8$  **122** $5x = -15$  **123** $\frac{x}{4} = -3$

**124** $3x - 5 = 1$  **125** $\frac{x}{3} - 5 = 1$  **126** $\frac{x-5}{3} = 1$

**Pour 127 à 133, résoudre chacune des équations.**

**127** $3x = 2x + 8$  **128** $-4x + 3 = 9$

**129** $5(x - 2) = -20$

**130** $7x = 3x + 5$  **131** $-5x - 2 = 13$

**132** $4(x - 3) = -18$

**133** a. $x^2 + x(3 - x) = 5$  b. $(2x - 5)(x - 3) = 2x^2 + 7$

### Résoudre une inéquation du premier degré

On applique la même méthode que l'équation en isolant l'inconnue d'un côté du symbole « < », « > ».
***Attention !*** l'inégalité change de sens si on multiplie ou on divise chaque membre par un même nombre négatif non nul.

**134** Associer chacune des inéquations suivantes à sa solution :

| | |
|---|---|
| a. $6x - 5 \geqslant 7$ | 1. $]-\infty ; -2]$ |
| b. $7 - 2x \geqslant 3$ | 2. $]-\infty ; 2]$ |
| c. $-4x + 1 \leqslant 9$ | 3. $[-2 ; +\infty[$ |
| d. $2x - 12 \geqslant 8x$ | 4. $[2 ; +\infty[$ |

**Pour 135 à 139, résoudre chacune des inéquations.**

**135** $4x \geqslant 8$  **136** $3x \leqslant -9$  **137** $-5x > 20$

**138** a. $7x + 8 > 5x - 5$  b. $-5x + 6 \geqslant 2x - 4$
c. $3(x - 5) \geqslant 7x + 1$

**139** a. $(x + 3)(x - 5) < x^2 - 4$
b. $x(x + 7) \geqslant (x - 3)(x + 3)$
c. $\frac{5x - 2}{9} > \frac{3 + 4x}{7}$

### Résoudre une équation du type $x^2 = a$

L'équation $x^2 = c$ admet :
- 2 solutions si $c > 0$ : $x = \sqrt{c}$ ou $x = -\sqrt{c}$
- 1 solution si $c = 0$ : $x = 0$
- aucune solution réelle si $c < 0$

**140** L'équation $4x^2 = 16$ a pour solutions :
a. 4 et $-4$  b. 2 et $-2$  c. 8 et $-8$
d. $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$  e. $\sqrt{8}$ et $-\sqrt{8}$

**Pour 141 à 143, résoudre chacune des équations.**

**141** a. $x^2 = 16$  b. $x^2 = 5$  c. $x^2 = 0$

**142** a. $4x^2 = 64$  b. $-5x^2 = -125$  c. $3x^2 - 1$

**143** a. $\frac{x^2}{3} = 12$  b. $5x^2 = -125$  c. $5(x^2 + 3) = 15$

## C15. Déterminer le signe d'une expression du premier degré, d'une expression factorisée du second degré

### Déterminer le signe d'une expression du premier degré

Une expression du premier degré est une expression de la forme $A(x) = mx + p$ où $m$ est un réel non nul et $p$ un réel. Pour déterminer le signe de $A(x)$, on résout $A(x) = 0$ et on observe le **signe de $m$**.

$A(x) = 0 \Leftrightarrow mx + p = 0 \Leftrightarrow mx = -p \Leftrightarrow x = -\dfrac{p}{m}$

Si $m > 0$

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{p}{m}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Signe de $mx + p$ | $-$ | $0$ | $+$ |

Si $m < 0$

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{p}{m}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Signe de $mx + p$ | $+$ | $0$ | $-$ |

**Pour 144 à 147, résoudre les équations.**

144 $2x + 2 = 0$

145 $5 + 3x = 0$

146 $-4x + 7 = 0$

147 $5 - x = 0$

**Pour 148 à 155, déterminer le signe de $A(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.**

148 $A(x) = 3x + 2$

149 $A(x) = 5 - 4x$

150 $A(x) = 3 - 7x$

151 $A(x) = x + 2$

152 $A(x) = -5x - 7$

153 $A(x) = -x - \dfrac{2}{7}$

154 $A(x) = 5 - \dfrac{2}{3}x$

155 $A(x) = \dfrac{x}{5} + 1$

### Déterminer le signe d'une expression factorisée du second degré

Une expression factorisée du second degré est de la forme $A(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où $a$ est un réel non nul et $x_1$ et $x_2$ sont deux réels, appelés les **racines** de $A$.

Pour déterminer le signe de $A(x)$, on observe le **signe de $a$**. Supposons que $x_1 \leqslant x_2$.

Si $a > 0$

| $x$ | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| Signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ $+$ |

Si $a < 0$

| $x$ | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| Signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ $-$ |

**Pour 156 à 161, déterminer le signe de $A(x)$ à l'aide d'un tableau de signes.**

156 $A(x) = 2(x - 4)(x - 1)$

157 $A(x) = 3(x + 2)(x - 5)$

158 $A(x) = -5(x + 3)(x + 2)$

159 $A(x) = \dfrac{1}{3}(x - 3)(x + 2)$

160 $A(x) = (3x - 6)(x - 2)$

161 $A(x) = (5 - x)(x + 3)$

## C16. Isoler une variable dans une égalité ou une inégalité qui en comporte plusieurs

Comme dans la résolution d'une équation ou d'une inéquation, **on isole la grandeur recherchée** en appliquant les mêmes opérations aux deux membres de l'égalité ou de l'inégalité.

**Exemple : Vitesse de coupe : $V_C$**

En usinage, la vitesse de coupe est la distance (en mètres) parcourue en une minute par une dent de la fraise. On sait que $V_C = \dfrac{\pi \times D \times N}{1000}$, où D est le diamètre (en mètres) de la pièce à usiner et N est la vitesse de rotation (tours/min). Pour exprimer N en fonction de $V_C$ et D, on va isoler N en considérant $V_C$ et D comme des constantes.

$V_C = \dfrac{\pi \times D \times N}{1000}$

On multiplie par 1 000 de chaque côté

$\Leftrightarrow 1000 \times V_C = \pi \times D \times N$

On divise par $\pi \times D$ de chaque côté

$\Leftrightarrow \dfrac{1000 \times V_C}{\pi \times D} = N$

162 Exprimer, dans chaque cas, $a$ en fonction de $b$ et $c$.

a. $a - 5b + 4c = 6$

b. $3a + 4b - 5c = 2$

c. $ab + 3c = 4$

d. $\dfrac{c}{a} + 4b - 5 = 3$

163 La surface latérale S d'un cylindre est donnée par $S = 2\pi \times r \times h$, où $r$ est le rayon de la base et $h$ la hauteur. Exprimer $h$ en fonction de S et $r$.

164 Le volume V d'un cylindre est donné par $V = \pi \times r^2 \times h$, où $r$ est le rayon de la base et $h$ la hauteur. Exprimer $r$ en fonction de V et $h$.

165 Un rectangle a pour longueur L et pour largeur $l$. Son périmètre $p$ s'obtient grâce à $p = 2 \times (L + l)$. Exprimer L à l'aide $p$ et de $l$.

166 L'aire S d'un trapèze est égale à $S = \dfrac{(B + b)}{2} \times h$ où B est la longueur de la grande base, $b$, la longueur de la petite base et $h$ la hauteur.

Exprimer B à l'aide de S, $h$ et $b$.

# Automatismes

Se préparer au Bac

## C17. Effectuer une application numérique d'une formule (notamment celles utilisées dans d'autres disciplines)

Chaque variable est remplacée par sa valeur dans la formule. Il peut être nécessaire de convertir des unités.

**Exemple :** Le volume d'un pavé droit est : $V = L \times l \times h$. Déterminer le volume du pavé droit tel que $L = 5$ cm, $l = 2$ et $h = 3$ cm.

$V = 5 \times 2 \times 3 = 10 \times 3 = 30$. Son volume est de 30 cm$^3$.

**167** Le volume d'une boule de rayon R est $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

En prenant $\pi \approx 3$, déterminer une valeur approchée du volume de la boule de rayon 5 cm.

**168** La surface d'un trapèze est $S = \frac{a+b}{2} \times h$ où $a$ est la mesure de la grande base, $b$ celle de la petite base et $h$ la hauteur. Déterminer la surface du trapèze dont la petite base mesure 4 cm, la grande base 5 cm et la hauteur 3 cm.

**169** Le taux d'évolution entre la valeur finale $V_F$ et la valeur initiale $V_I$ est $t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$.

Déterminer le taux d'évolution du prix d'un article dont le prix passe de 20 € à 26 €.

**170** En économie l'élasticité-prix de la demande est donnée par la formule :

$$e = \frac{\text{variation de la demande}}{\text{demande initiale}} \Big/ \frac{\text{variation du prix}}{\text{prix initial}}$$

Déterminer l'élasticité-prix lorsque la demande d'un article passe de 100 à 80 unités pendant que son prix passe de 5 € à 3 €.

**171** La formule permettant de transformer des degrés Celsius (°C) en degrés Fahrenheit (°F) est $F = 1{,}8C + 32$. Déterminer la température d'ébullition de l'eau, en °F sachant que l'eau bout à 100 °C.

## C18. Développer, factoriser, réduire une expression algébrique

**Développer**, c'est transformer un produit en sommes ou différences. Pour tous réels $a$, $b$ et $c$ :

$a(b+c) = ab + ac$

Cas particulier : $-(b+c) = -b - c$

**Réduire**, c'est regrouper les termes « semblables »

**Factoriser**, c'est transformer une somme ou différence en produit.

**Exemple :**

$(x+1)(x+2) - 5(x+1) = (x+1)(x+2-5) = (x+1)(x-3)$

**Distributivité double :** Pour tous réels $a$, $b$, $c$ et $d$ :

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

**Exemple :**

$(2-x)(3+x) = 6 + 2x - 3x - x^2 = -x^2 - x + 6$

**Identités remarquables :** Pour tous réels $a$ et $b$ :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

**Exemples**

- Pour développer : $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$
- Pour factoriser : $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x-2)(x+2)$

**Pour 172 et 173, développer, réduire et ordonner.**

**172** a. $2(x+5)$ b. $x(3-5x)$

c. $(x-1)(x+2)$

**173** a. $(x+1)^2$ b. $(2-x)^2$

c. $5(x+1) - (2x-3)$

**Pour 174 à 176, factoriser.**

**174** a. $2x + 5x$ b. $(x+1) + 5(x+1)$

c. $x^2 - 16$ d. $x^2 - 3x$

**175** a. $(2x+1)(x-5) + 2(x-5)$.

b. $x^2 + 6x + 9$

**176** a. $(x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$

b. $5x(7x-3) - 10x$

**177** Associer chaque forme factorisée à sa forme développée :

| Forme factorisée | Forme développée |
|---|---|
| a. $(x-1)(x-2)$ | 1. $x^2 + 3x + 2$ |
| b. $(x+1)(-x-2)$ | 2. $x^2 - 3x + 2$ |
| c. $(x+1)(x+2)$ | 3. $-x^2 - 3x - 2$ |

**Pour 178 et 179, développer, réduire et ordonner.**

**178** a. $3x(x+2)$ b. $(x+7)(x-8)$

c. $(x-0{,}1)(x-0{,}3)$

**179** a. $2(x+3)(x-3)$ b. $(3x-7)(-x-1)$

**Pour 180 à 182, factoriser ($x$ et $k$ sont des réels).**

**180** a. $x^2 + 9x$ b. $x^2 - 81$

**181** a. $2(x+4) - (x-2)(x+4)$

b. $25x^2 - 16$

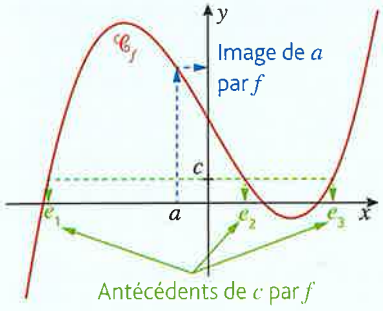
**182** a. $4x^2 - k^2$

b. $(3x-1)(2x+3) + 9x^2 - 1$

## D) Fonctions et représentations

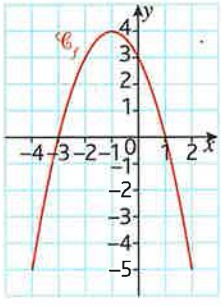
### D19. Déterminer graphiquement des images et des antécédents

**Lecture d'images et d'antécédents**

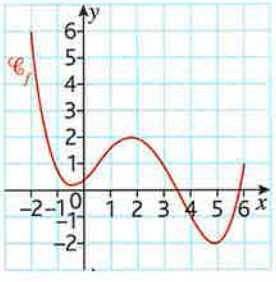



La lecture graphique est souvent approximative, elle est réalisée avec la précision permise par le graphique.

**183** a. Quelle est l'image de –2 ?
b. Quel est l'antécédent de 4 ?
c. Quels nombres ont pour image 0 ?
d. De quel nombre –2 et 0 sont-ils les antécédents ?




**Pour 184 à 186, utiliser la fonction $f$ définie sur $[-2;6]$ dont la représentation graphique est donnée ci-contre. On répondra avec la précision permise par le graphique.**




**184** Vrai ou faux ?
a. L'image de 5 par $f$ est –2.
b. –1 possède 2 antécédents par $f$.
c. –1 a pour image 4 par $f$.
d. 1 est l'image de 6 par $f$.
e. Tous les nombres de $[1;2]$ ont trois antécédents par $f$.

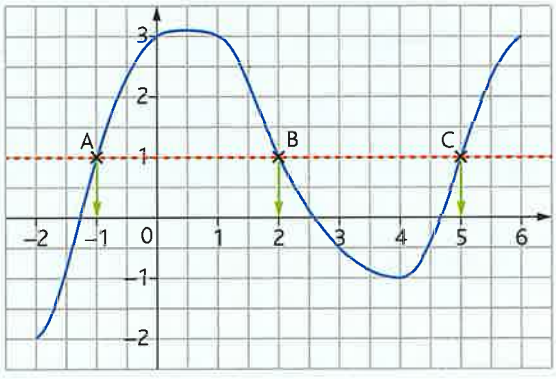
**185** Parmi les propositions suivantes, trouver celle qui n'a pas le même sens que les autres.
a. L'image de 6 par $f$ est 1.
b. $f(6)=1$.
c. 6 a pour antécédent 1 par $f$.

**186** Vrai ou faux ?
a. Pour tout $k \in [-2;0]$, $k$ possède exactement deux antécédents par $f$
b. Pour tout $k \in [0;1]$, $k$ possède exactement quatre antécédents par $f$
c. Pour tout $k \in [2;6]$, $k$ possède au moins un antécédent par $f$.

**187** Pour chaque question, réécrire la proposition en utilisant le mot entre parenthèses. $f$ est une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
a. 3 est l'image de 5 par $f$. (antécédent)
b. 2 a pour antécédent 0 par $f$. (image)
c. 1 et 5 sont les antécédents de –1 par $f$. (image)
d. $f(6)=2$. (image)

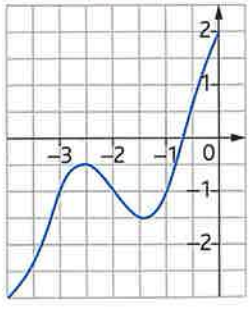
### D20. Résoudre graphiquement une équation, une inéquation du type : $f(x)=k$, $f(x)<k$ ...

Une fonction $f$ **définie sur** $[-2;6]$ est représentée par la courbe bleue ci-dessous.
Résoudre l'équation $f(x)=1$ et en déduire les solutions de l'inéquation $f(x)<1$.

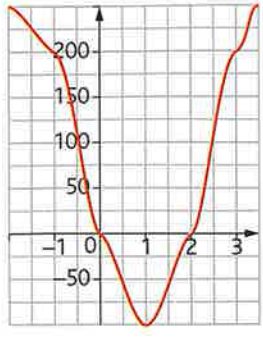



- On trace la droite d'équation $y=1$. Cette droite coupe la courbe aux points A, B et C dont les abscisses sont les solutions cherchées de l'équation $f(x)=1$. On écrit $S=\{-1;2;5\}$.
- Pour résoudre l'inéquation $f(x)<1$, trace la droite d'équation $y=1$, et on cherche les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ situés sous la droite d'équation $y=1$. On écrit $S=[-2;-1[\cup]2;5[$.

**188** Une fonction $f$ définie sur $[-4;0]$ est représentée ci-contre :
a. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-1$.
b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)<-1$.

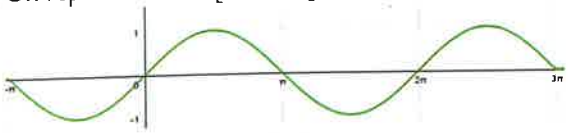


**189** Une fonction $g$ définie sur $[-2;3{,}5]$ est représentée ci-contre :
a. Résoudre l'inéquation $g(x)>200$.
b. Résoudre l'inéquation $g(x)\leqslant -50$.
c. Résoudre l'équation $g(x)=0$.



Se préparer au Bac

**190** On représente sur $[-\pi ; 3\pi]$ une fonction $f$.



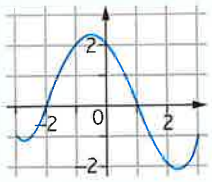
Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.

## D21. Déterminer graphiquement le signe d'une fonction ou son tableau de variations

### Déterminer graphiquement le signe d'une fonction

Soit $f$ une fonction définie sur $[-3 ; 3]$ dont la représentation graphique, $\mathscr{C}_f$, est donnée dans un repère.

Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses : $-2$ et $1$.

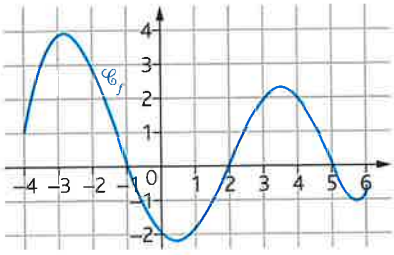


Lorsque $\mathscr{C}_f$ est sous l'axe des abscisses, $f(x) < 0$, lorsque $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de l'axe des abscisses, $f(x) > 0$.

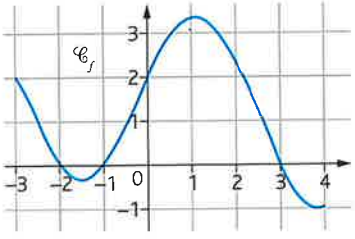
| $x$ | $-3$ | $-2$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**Pour 191 à 193, la représentation graphique d'une fonction $f$ dans un repère est donnée. Déterminer le signe de $f(x)$ avec la précision permise par le graphique.**

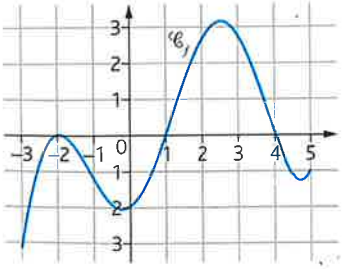
**191** $f$ est définie sur $[-4 ; 6]$



**192** $f$ est définie sur $[-3 ; 4]$

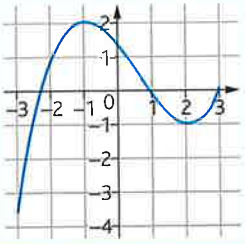


**193** $f$ est définie sur $[-3 ; 5]$



### Déterminer graphiquement les variations d'une fonction

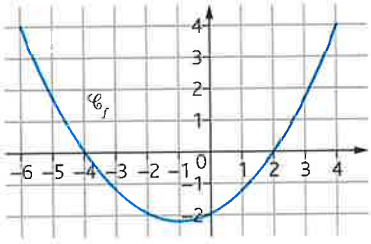
Soit $f$ une fonction définie sur $[-3 ; 3]$ dont la représentation graphique, $\mathscr{C}_f$, est donnée dans un repère. Déterminer les abscisses des points pour lesquels la variation change.



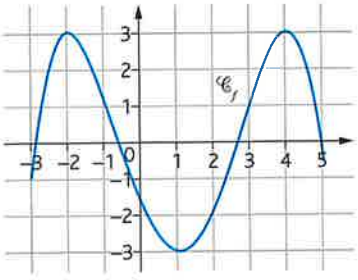
| $x$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | | $2$ ↗ | ↘ | $0$ ↗ |
| | | $-3{,}5$ | | $-1$ |

**Pour 194 à 196, la représentation graphique d'une fonction $f$ dans un repère est donnée. Déterminer les variations de $f$ avec la précision permise par le graphique.**

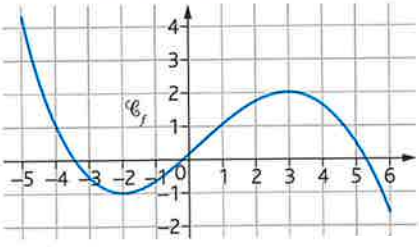
**194** $f$ est définie sur $[-6 ; 4]$



**195** $f$ est définie sur $[-3 ; 5]$.



**196** $f$ est définie sur $[-5 ; 6]$



## D22. Exploiter une équation de courbe (appartenance d'un point, calcul de coordonnées)

Dans un repère, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction $f$ définie sur un intervalle I. $\mathscr{C}_f$ a pour équation $y = f(x)$.

Les points de $\mathscr{C}_f$ ont pour coordonnées $(x ; f(x))$ pour $x \in I$.

**Exemple :** Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 9.$$

Le point $A(-1 ; -8) \in \mathscr{C}_f$

car $f(x_A) = f(-1) = (-1)^2 - 9 = -8 = y_A$.

**197** Soient $f$, la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$, et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

a. Les points $A(2 ; 3)$ et $B\left(-2 ; \frac{4}{3}\right)$ appartiennent-ils à $\mathscr{C}_f$ ?

b. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec les axes du repère.

**198** Soit $f$, la fonction définie sur $[-3 ; 5]$ par $f(x) = \frac{3}{x+5}$. Soit $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

a. Montrer que le point $A(-2 ; 1)$ appartient à $\mathscr{C}_f$.

b. Calculer l'ordonnée du point B de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 4.

c. Calculer l'abscisse du point C de $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée $\frac{1}{2}$.

## D23. Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur

On se place dans un repère.

L'**équation réduite d'une droite** est :

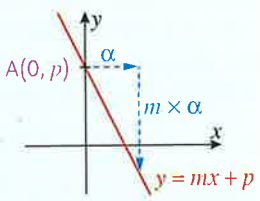
- $x = k$ où $k \in \mathbb{R}$ si la droite est parallèle à l'axe des ordonnées ;
- $y = mx + p$ où $m \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{R}$ si la droite n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. $m$ est le coefficient directeur, $p$ est l'ordonnée à l'origine.

**Tracer une droite**

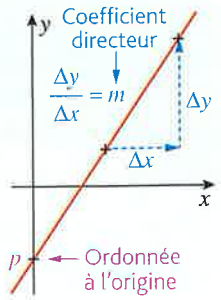
Si la droite n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, on peut déterminer les coordonnées de deux points appartenant à la droite. On pourra s'aider d'un tableau de valeurs :

| $x$ | Valeur à choisir | Valeur à choisir |
|---|---|---|
| $y = mx + p$ | Valeur à calculer | Valeur à calculer |

- On peut aussi utiliser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur. $A(0 ; p)$ est un point de la droite que l'on place. Pour placer un second point : avancer de $\alpha$ unités (où $\alpha > 0$) parallèlement à l'axe des abscisses et se déplacer de $m \times \alpha$ unités parallèlement à l'axe des ordonnées (vers le haut si $m > 0$ et vers le bas si $m < 0$).

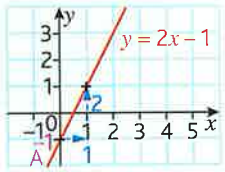



- Lorsque la droite est donnée par son coefficient directeur, on peut réaliser la construction précédente en remplaçant le point $A(0 ; p)$ par celui qui est donné.




**Exemple :** Tracer la droite d'équation $y = 2x - 1$.

- L'ordonnée à l'origine est $-1$ : on place le point A de coordonnées $(0 ; -1)$.
- Le coefficient directeur est 2. Comme $2 > 0$, pour construire un second point, on part de A, **on avance de 1 unité** parallèlement à l'axe des abscisses et **on monte de 2 unités** parallèlement à l'axe des ordonnées. On trace ensuite la droite passant par ces deux points.




**199** Représenter, sur un même graphique, les droites $d_1$, $d_2$ et $d_3$ d'équations respectives : $d_1 : y = x - 3$, $d_2 : x = 2$ et $d_3 : y = -x + 2$.

**200** Représenter, sur un même graphique, les droites $d_4$ et $d_5$ d'équations respectives : $d_4 : y = 2x - 5$ et $d_5 : y = -1{,}5x + 5$.

**201** Représenter sur un graphique la droite $d$ passant par $A(-2 ; 4)$ et ayant $-1$ comme coefficient directeur.

**202** Représenter, sur un même graphique, les droites $d_1$ et $d_2$. Pour cela, déterminer d'abord 2 points appartenant à chacune des droites à l'aide d'un tableau de valeurs.

a. $d_1 : y = \frac{x}{9} - 3$ b. $d_2 : y = \frac{3x+1}{4}$

**203** a. Sur un graphique, tracer la droite $d_1$ d'équation $y = \frac{x}{3} + 2$.

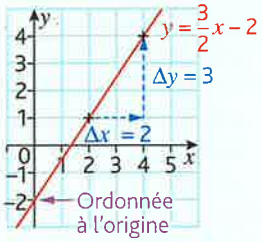
b. Sur le même graphique, tracer la droite $d_2$ ayant pour ordonnée à l'origine $-2$ et comme coefficient directeur 2.

## D24. Lire graphiquement l'équation réduite d'une droite

**Si la droite est parallèle à l'axe des ordonnées,** l'équation réduite est de la forme $x = k$ où $k$ est l'abscisse commune à tous les points de la droite.

**Si la droite n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées,** l'équation réduite est de la forme $y = mx + p$. On lit son ordonnée à l'origine ainsi que son coefficient directeur.

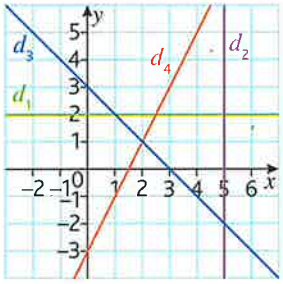
**Exemple :** Déterminer l'équation de la droite rouge, tracée ci-contre.



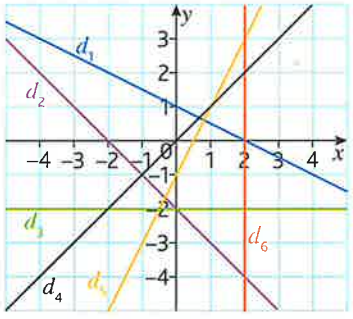

Le coefficient directeur est : $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{2}$.

L'équation de la droite est : $y = \frac{3}{2}x - 2$.

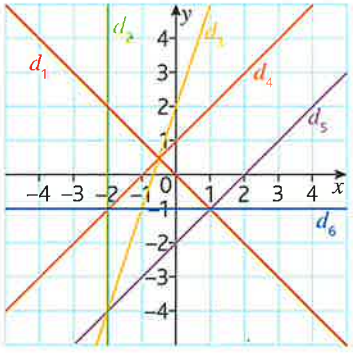
**204** Lire sur le graphique les équations réduites des droites $d_1$, $d_2$, $d_3$ et $d_4$.




**205** Déterminer graphiquement, s'il existe, le coefficient directeur des droites.




**206** Déterminer graphiquement, les équations réduites des droites.




## D25. Déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points

On se place dans un repère.

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points distincts.

- Si $x_A = x_B$ la droite (AB) a pour équation $x = x_A$
- Si $x_A \neq x_B$ la droite (AB) a une équation du type $y = mx + p$.

Elle a pour **coefficient directeur** $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

On utilise son **ordonnée à l'origine** en utilisant les coordonnées du point A ou du point B.

**Exemple :** A(2 ; 6) et B(−2 ; 4).

Les abscisses sont différentes donc la droite (AB) a pour coefficient directeur :

$$m = \frac{4-2}{-2-6} = \frac{2}{-8} = -0{,}25$$

Donc (AB) : $y = -0{,}25x + p$.

A appartient à la droite (AB) donc :

$y_A = -0{,}25x_A + p \Leftrightarrow p = 6 + 0{,}25 \times 2 \Leftrightarrow p = 6{,}5$.

L'équation réduite de (AB) est $y = -0{,}25x + 6{,}5$.

**Pour 207 à 210, déterminer l'équation réduite de la droite (AB).**

**207** A(2 ; 0) et B(1 ; 4) donc (AB) : …

**208** A(0 ; 1) et B(1 ; 3) donc (AB) : …

**209** $A\left(\frac{1}{2} ; 2\right)$ et B(0 ; 2) donc (AB) : …

**210** $A\left(\frac{1}{6} ; -1\right)$ et $B\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{2}\right)$ donc (AB) : …

# E) Représentations graphiques de données chiffrées

## E26. Lire un graphique, un histogramme, un diagramme en barre ou circulaire, un diagramme en boîte ou toute autre représentation

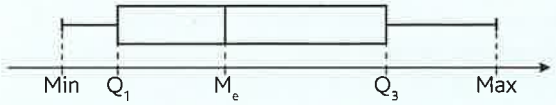
Pour lire une **courbe** ou un **nuage de points**, on doit être attentif sur chacun des axes :
- aux unités de graduation ;
- aux grandeurs qui y sont représentées.

Pour un **diagramme en barres** (ou en bâtons), les longueurs des barres sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe.

Pour un **histogramme**, les aires des rectangles sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe.

Pour un **diagramme circulaire**, les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs de chaque modalité.

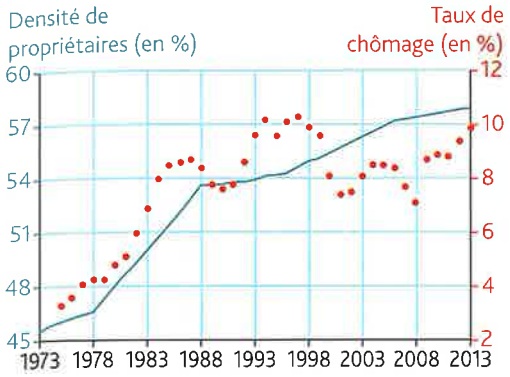
Un **diagramme en boîte** permet de lire sur l'axe des abscisses différents paramètres statistiques.




$M_e$ est la **médiane** de la série statistique.

$Q_1$ = **premier quartile** et $Q_3$ = **troisième quartile**.

**211** Le graphique suivant donne la densité (en %) de propriétaires et le taux de chômage (en %).



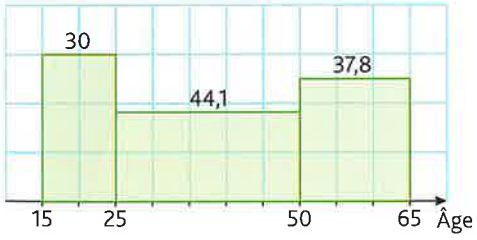

*Source : INSEE, enquêtes Logement, enquêtes Emploi, Statistiques locales*

a. En 1993, quel était :
- La densité de propriétaires ?
- Le taux de chômage ?

b. Recopier et compléter la phase :

En... la densité de propriétaires était de 50 %, le taux de chômage était alors de... % environ.

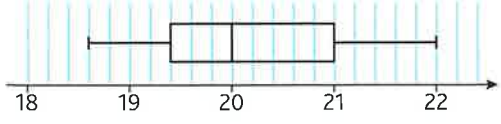
**212** Voici la répartition du nombre de chômeurs (en milliers) dans une ville, selon leur âge.




a. Interpréter le nombre 44,1 du graphique.

b. Conjecturer ce que représente un carreau de ce graphique.

**213** Le graphique suivant est le résultat d'une étude sur la quantité de sucre (en g) présent dans un verre de 200 ml de soda de différentes marques.




a. Lire la médiane ($M_e$) et l'interpréter.

b. Lire $Q_1$ et $Q_3$.

c. Recopier et compléter : Environ 75 % des sodas ont une quantité de sucre supérieure à... g.

## E27. Passer du graphique aux données et vice versa

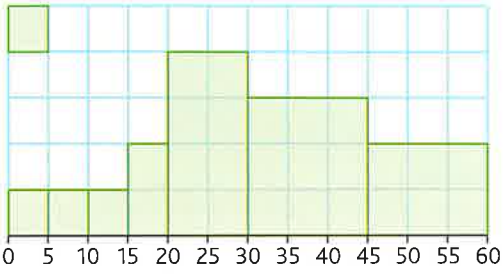
**Passer du graphique aux données**

Lorsqu'un graphique est donné (histogramme, diagramme circulaire, nuage de points, etc.), on repère les quantités représentées sur chaque axe afin de mettre en relation les données. On pourra utiliser un tableau de valeurs.

**Passer des données au graphique**

Lorsque des données sont proposées, on choisit le graphique le mieux adapté et on traduit chaque donnée à l'aide d'un point, d'un rectangle, d'un secteur angulaire, etc.

**214** La répartition des distances (en km) domicile/travail des salariés d'une entreprise est donnée par l'histogramme ci-dessous.

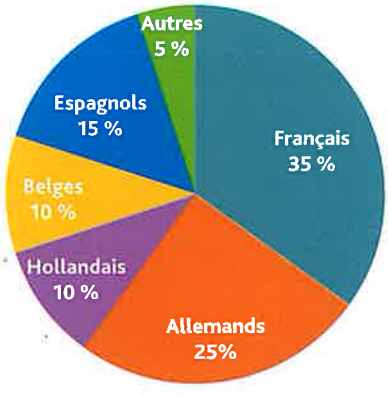



a. À combien de salariés correspondent 1 carreau ?

b. Recopier et compléter les effectifs du tableau ci-contre.

| Dist (km) | Eff. |
|---|---|
| [0 ; 10[ | 6 |
| [10 ; 15[ | |
| [15 ; 20[ | |
| [20 ; 30[ | |
| [30 ; 45[ | |
| [45 ; 60[ | |

**215** En juillet 2022, une enquête a été réalisée sur les 600 clients d'un hôtel afin d'étudier leur nationalité. Les résultats sont donnés dans le diagramme circulaire ci-dessous :




a. À l'aide du graphique, compléter le tableau :

| Nationalité | Effectif | Pourcentage |
|---|---|---|
| Français | | |
| Allemands | | |
| Hollandais | | |
| Belges | | |
| Espagnols | | |
| Autres | | |
| Total | 600 | |

b. Construire le diagramme en barres correspondant au diagramme circulaire.