

# Chap. 6 : Statistiques à 2 variables

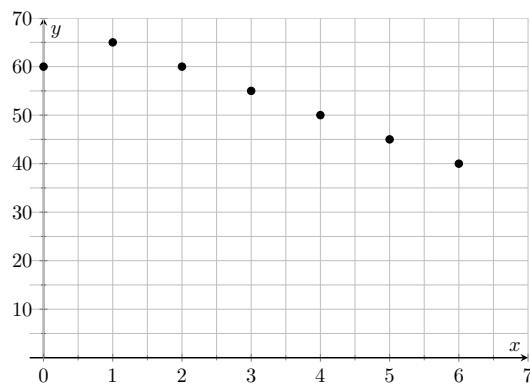
## Objectifs

- Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives
- Ajustement affine.
- Représenter un nuage de points
- Déterminer et utiliser un ajustement affine pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues
- Représenter un nuage de points en effectuant un changement de variable donné (ex.  $u^2$ ,  $1/u$ ,  $1/\sqrt{u}$ ) afin de conjecturer une relation de linéarité entre de nouvelles variables

## 1/ Nuage de points d'une série statistique à deux variables

**Activité n° 1.** Un comparateur de prix sur Internet a étudié l'évolution du prix d'un nouveau médicament contre le diabète dans une pharmacie de Cayenne suivant le temps écoulé (en années) après sa sortie.

Le résultat de l'enquête peut être visualisé à l'aide du graphique ci-contre.



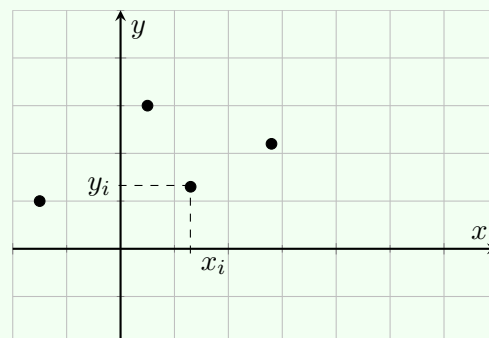
### Questions

1. Quel est le prix de vente de ce médicament à sa sortie ?
2. Au cours des six premières années, quel est approximativement son prix le plus haut et quel est le plus bas ?
3. Donner la tendance générale d'évolution de ce prix. Si elle se poursuit, à quel prix peut-on estimer le médicament la 7ème année de sa sortie ? Et à la 11ème année ?

### Définition

On représente deux variables quantitatives  $X$  et  $Y$  étudiées sur un même ensemble d'individus dans un tableau dans lequel sont consignées  $N$  séries de relevés de valeurs.

|     |       |       |         |       |
|-----|-------|-------|---------|-------|
| $X$ | $x_1$ | $x_2$ | $\dots$ | $x_N$ |
| $Y$ | $y_1$ | $y_2$ | $\dots$ | $y_N$ |

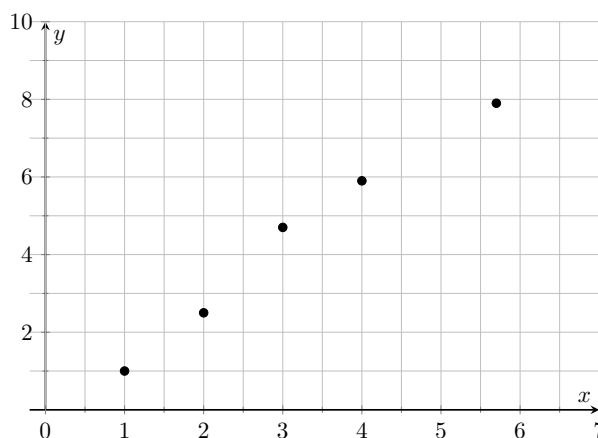


- Dans un repère du plan, le nuage de points associé à cette série statistique (ou à ce tableau statistique) est l'ensemble des points de coordonnées  $(x_i, y_i)$ , où l'entier naturel  $i$  prend toutes les valeurs comprises entre 1 et  $N$ .
- Si la variable  $X$  correspond à des dates, la série est dite .....

**Exemple :**

La série de valeurs donnée par le tableau suivant est représentée par le nuage de point ci-après

|       |   |      |      |      |      |
|-------|---|------|------|------|------|
| $x_i$ | 1 | 2    | 3    | 4    | 5, 7 |
| $y_i$ | 1 | 2, 5 | 4, 7 | 5, 9 | 7, 9 |

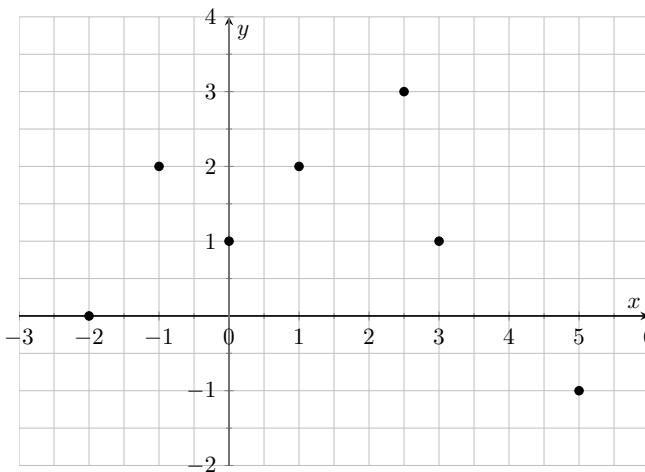


**Exercice n° 1.** Représenter dans un repère du plan le nuage de points de la série statistique suivante :

|       |    |    |    |   |   |
|-------|----|----|----|---|---|
| $x_i$ | -3 | 0  | 3  | 5 | 8 |
| $y_i$ | 1  | -1 | -2 | 5 | 7 |

**Exercice n° 2.** Une série statistique est en partie donnée par un tableau et en partie par un nuage de points.

|       |    |     |    |     |   |      |     |   |    |
|-------|----|-----|----|-----|---|------|-----|---|----|
| $x_i$ | -4 | -2  | -1 | $a$ | 1 | 2, 5 | $b$ | 4 | 5  |
| $y_i$ | -3 | $a$ | 2  | 1   | 2 | $b$  | 1   | 5 | -1 |



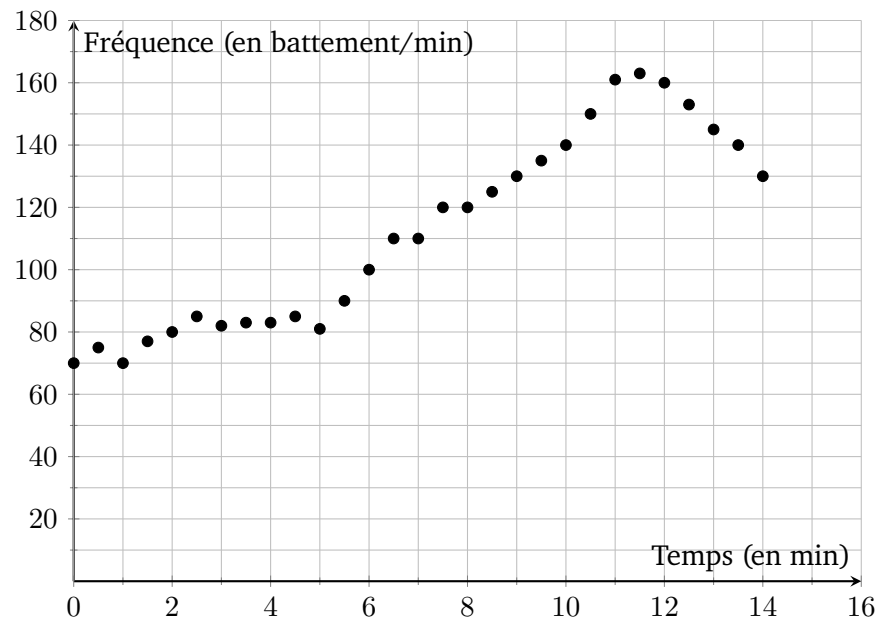
1. Quelles sont les valeurs des nombres  $a$  et  $b$  dans le tableau ?
2. Deux points du nuage n'apparaissent pas sur le graphique. Pour quelle raison ?
3. Refaire le graphique en rajoutant les points manquants
  - (a) Les points d'abscisses 1, 3 et 5 sont-ils alignés ?
  - (b) Même question pour les points d'abscisses -4, 1 et 4.

**Exercice n° 3.**

1. Compléter la dernière ligne du tableau suivant.
2. Représenter dans un repère du plan les points coordonnés  $(x_i; u_i)$ .

|               |     |     |     |     |     |
|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x_i$         | -2  | 0   | 1   | 3   | 5   |
| $y_i$         | 1   | -1  | -2  | 5   | 10  |
| $u_i = 1/y_i$ | ... | ... | ... | ... | ... |

**Exercice n° 4.** Dans un centre de médecine du sport, la fréquence cardiaque d'une jeune sportive a été relevée toutes les 30 secondes lors de différentes phases d'un exercice physique. Ces relevés ont donné le graphique ci-dessous, obtenu avec un tableur.



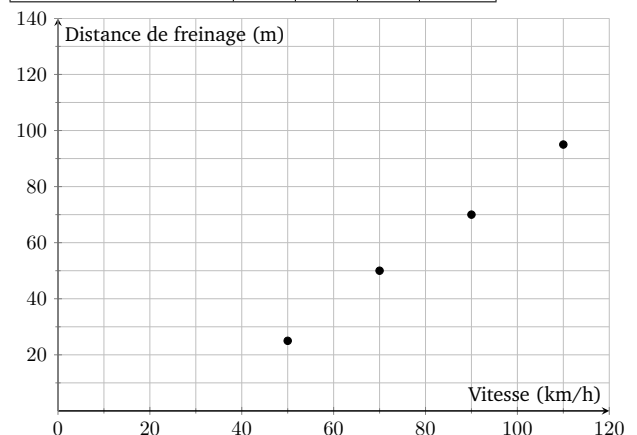
1. Au bout de 7min, quelle est la fréquence cardiaque ?
2. Combien de fois la fréquence cardiaque vaut exactement 140 battement/min ?
3. Quelle est la valeur maximale de la fréquence cardiaque relevée ? Et la valeur minimale ?
4. Lors de l'exercice physique, il y a eu une phase d'échauffement, une phase d'effort et une phase de récupération.

Donner les coordonnées de début et de fin de chacune des phases ainsi que leur durée respective.

## 2/ Ajustement affine d'un nuage de points

**Activité n° 2.** Un constructeur automobile procède à des tests de freinage sur un prototype de véhicule. Il relève, pour chaque vitesse, la distance nécessaire à son véhicule pour s'arrêter sur route mouillée et obtient les données suivantes.

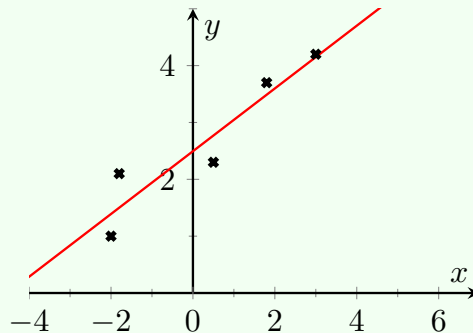
| Vitesse (km/h) | 50 | 70 | 90 | 110 |
|----------------|----|----|----|-----|
| Distance (m)   | 25 | 50 | 70 | 95  |



1. Proposer une équation de droite passant «au plus près» de chacun des points du nuage.
2. À l'aide de cette équation, estimer la distance de freinage nécessaire pour une voiture qui roule à 80 km/h puis à 130 km/h.

## Définition

1. Déterminer un ajustement affine d'une série statistique de deux variables  $X$  et  $Y$  revient à trouver une \_\_\_\_\_ qui exprime de façon **approchée** les valeurs  $y$  prises par  $Y$  en fonction de celles de  $x$  prises par  $X$ .



2. Une droite d'ajustement d'un nuage de points est une \_\_\_\_\_ passant « au plus près » du nuage de points associé à cette série.

**Exercice n° 5.** Le tableau ci-contre donne l'évolution de la population d'une région du monde :

| Année                                  | 2014 | 2015  | 2016 | 2017 | 2018  |
|----------------------------------------|------|-------|------|------|-------|
| Rang de l'année $x_i$                  | 0    | 1     | 2    | 3    | 4     |
| Nombre d'habitants $y_i$ (en milliers) | 15,2 | 15,25 | 15,4 | 15,5 | 15,55 |

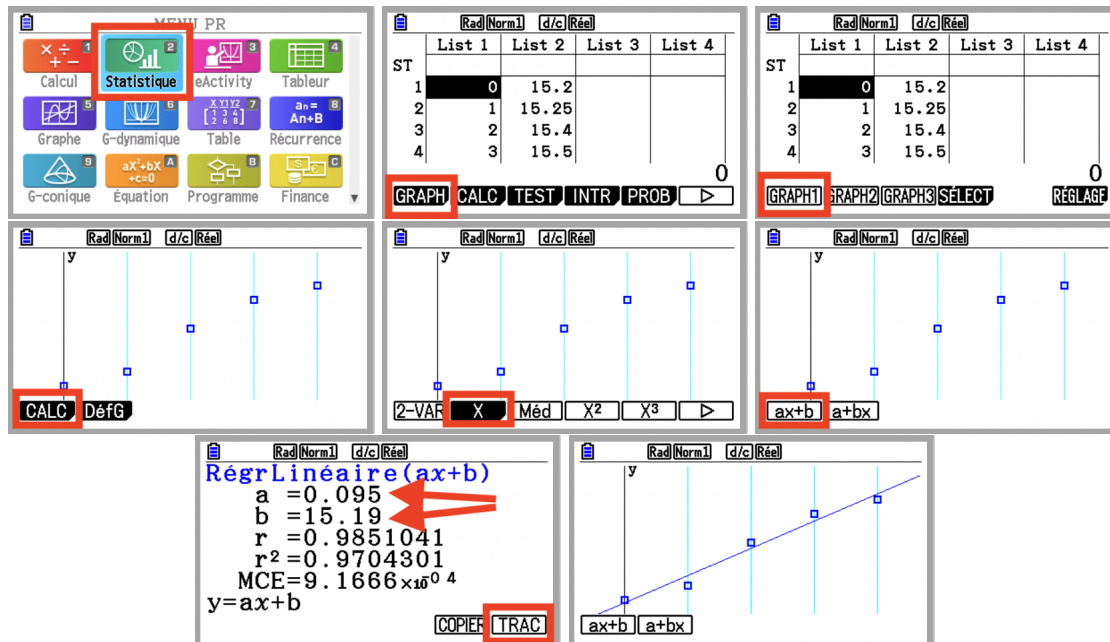
- Représenter cette série statistique par un nuage de points.
- En sélectionnant 2 points bien choisis, tracer une droite d'ajustement de ce nuage.
- Donner une équation réduite de cette droite d'ajustement.
- En utilisant cet ajustement, quel serait le nombre d'habitants de cette région du monde en 2020 ?

**Exercice n° 6.**

|       |    |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | -2 | -1 | 0  | 2  | 3  | 5  |
| $y_i$ | 4  | 8  | 12 | 16 | 16 | 20 |

- Représenter dans un repère du plan le nuage de points associé à la série statistique ci-contre.
- Tracer la droite d'équation  $y = 2x + 10$  dans ce repère. L'ajustement du nuage par cette droite vous paraît-il satisfaisant ?
- En utilisant l'équation  $y = 2x + 10$ , déterminer :
  - l'ordonnée du point de la droite d'ajustement ayant pour abscisse 1.
  - l'ordonnée du point de la droite d'ajustement ayant pour abscisse 10.
  - l'abscisse du point de la droite d'ajustement ayant pour ordonnée 7.

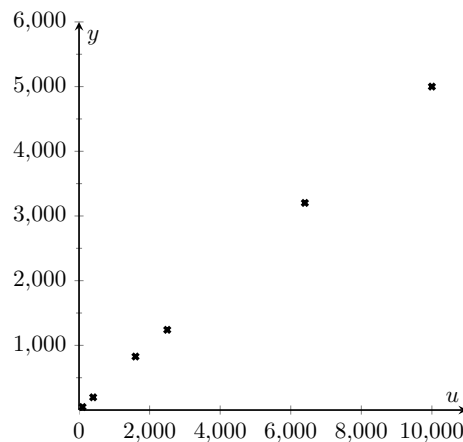
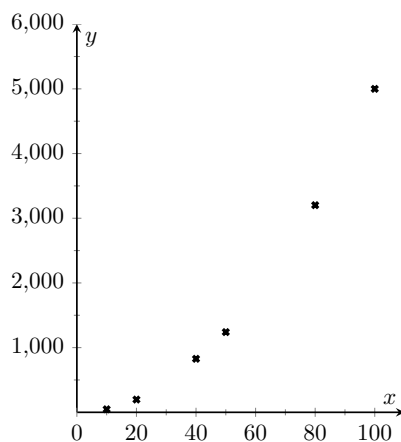
## 2/.1 Détermination d'une droite d'ajustement à l'aide de la calculatrice



## 2/.2 Changement de variable dans la régression

**Activité n° 3.** On donne un tableau de valeurs et deux représentations graphiques d'une série statistique. L'une des données est modifiée à l'aide du changement de variable  $u_i = (x_i)^2$

|                 |     |     |      |      |      |        |
|-----------------|-----|-----|------|------|------|--------|
| $x_i$           | 10  | 20  | 40   | 50   | 80   | 100    |
| $u_i = (x_i)^2$ | 100 | 400 | 1600 | 2500 | 6400 | 10 000 |
| $y_i$           | 47  | 197 | 827  | 1240 | 3202 | 5000   |



1. Pour quel graphique un ajustement affine semble-t-il pertinent ?
2. On admet que l'ajustement affine choisi pour la série donne :  $y = 0,5u + 2$ . Exprimer  $y$  en fonction de  $x$ .
3. Utiliser la calculatrice pour proposer une autre solution de la forme  $y = ax^2 + bx + c$ .

**Exercice n° 7.** On donne un tableau de valeurs d'une série statistique.

|       |     |      |      |     |      |      |
|-------|-----|------|------|-----|------|------|
| $x_i$ | 0,1 | 0,15 | 0,35 | 2,5 | 5,25 | 9    |
| $y_i$ | 10  | 8,5  | 4    | 0,5 | 0,20 | 0,20 |

1. Représenter dans un repère du plan le nuage de points associé à la série statistique ci-dessus. Les points semblent-ils alignés ?
  2. On considère le changement de variable  $u_i = 1/x_i$ , compléter alors le tableau suivant
- |               |    |     |   |     |      |      |
|---------------|----|-----|---|-----|------|------|
| $u_i = 1/x_i$ |    |     |   |     |      |      |
| $y_i$         | 10 | 8,5 | 4 | 0,5 | 0,20 | 0,20 |
3. Représenter dans un nouveau repère du plan le nuage de points associé à la série statistique  $(u_i; y_i)$  ci-dessus. Les points semblent-ils alignés cette fois-ci ?
  4. Proposer une droite d'ajustement affine de la forme  $y = au + b$  pour cette série de données.
  5. A l'aide du changement de variable  $u = 1/x$ , déterminer alors la courbe d'ajustement pour le premier tableau de valeurs  $(x_i; y_i)$ .

## 2/.3 Résumé du chapitre

