

Chap. 1 : Arithmétique et calcul littéral

1/ Puissances

1/1 Puissance d'un nombre

Définition

Soient a un nombre réel et n un nombre entier naturel non nul.

- $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$
- Si $a \neq 0$, alors $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- Si $a \neq 0$, alors $a^0 = 1$

Exemples :

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2$
- $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
- $3^0 = 1$, $5^0 = 1$, $(-7)^0 = 1$ etc

1/2 Calcul avec les puissances

Propriétés

Soient a et b deux nombres réels et m et n deux nombres entiers relatifs

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $(a^m)^n = a^{n \times m}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ si $a \neq 0$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ si $b \neq 0$
- $a^n \times b^n = (ab)^n$

Exemples :

- $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
- $3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$
- $\frac{5^6}{5^2} = 5^{6-2} = 5^4$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$

1/3 Écriture scientifique d'un nombre décimal

Propriétés

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^n$ où $n \in \mathbb{Z}$ et a est un nombre décimal non nul compris entre -9 et 9 .

Cette écriture est appelée **écriture scientifique**.

Exemples :

- $0,00056 = 5,6 \times 10^{-4}$
- $-0,00056 = -5,6 \times 10^{-4}$
- $123456 = 1,23456 \times 10^5$
- $-12300 = -1,23 \times 10^4$

2/ Calcul littéral

2/1 Rappels des règles de calculs

$$3 \times (x + 4) = \boxed{3 \times x} + \boxed{3 \times 4} = 3x + 12$$

$$(x + 2) \times (x + 3) = \boxed{x \times x} + \boxed{x \times 3} + \boxed{2 \times x} + \boxed{2 \times 3} = x^2 + 5x + 6$$

Propriétés: (Règle générale)

Pour tous nombres réels k, a, b, c et d , on a

- $k \times (a + b) = \boxed{k \times a} + \boxed{k \times b}$
- $(a + b) \times (c + d) = \boxed{a \times c} + \boxed{a \times d} + \boxed{b \times c} + \boxed{b \times d}$

Propriétés: (identités remarquables)

Pour tout nombres réels a et b , on a

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Remarque : Pour retrouver ces formules, on peut utiliser la distributivité. Par exemple :

$$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b) = \boxed{a^2} + \boxed{ab} + \boxed{ab} + \boxed{b^2} = a^2 + 2ab + b^2$$

A noter que l'on peut aussi utiliser un tableau pour retrouver ces formules.

Par exemple, pour $(a + b) \times (a + b)$, on peut faire le tableau suivant :

$\times$	a	b
a	$a \times a$	$a \times b$
b	$b \times a$	$b \times b$

En sommant tous les éléments du tableau, on retrouve bien que

$$(a + b) \times (a + b) = \boxed{a \times a} + \boxed{a \times b} + \boxed{b \times a} + \boxed{b \times b} = a^2 + 2ab + b^2$$

Par exemple, pour $(a + b) \times (a - b)$, on peut faire le tableau suivant :

$\times$	a	$-b$
a	$a \times a$	$a \times -b$
b	$b \times a$	$-b \times b$

En sommant tous les éléments du tableau, on retrouve bien que

$$(a + b) \times (a - b) = \boxed{a \times a} + \boxed{a \times b} - \boxed{b \times a} + \boxed{b \times b} = a^2 - b^2$$